$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値 #50 例題

$y=x^3-3x^2+1$　を微分すると

$y'=3x^2-6x$　となる。一旦停止

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値 #50 例題

$y=x^3-3x^2+1$　を微分すると

$y'=3x^2-6x$　となる。 一旦停止

$y'=0$ を解くと

$$\begin{aligned} 3x^2-6x &= 0 \\ 3x(x-2) &= 0 \end{aligned}$$

$$x=0,\ 2$$

一旦停止

$y=x^3-3x^2+1\ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'			0		0		
y							

$x<0$ のとき y' が $+,-$ どちらか調べる。

$$y'=3x^2-6x$$
$$=3x(x-2)$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'			0		0		
y							

$$y'=3x^2-6x$$
$$=3x(x-2)$$

$x<0$ のとき y' が $+,-$ どちらか調べる。

例えば $x=-1$ を y' に代入すると

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0		0		
y							

$x<0$ のとき y' が $+,-$ どちらか調べる。

例えば $x=-1$ を y' に代入すると

$$y'=3x^2-6x$$
$$=3x(x-2)$$

$$y'=3\times -1(-1-2)$$
$$=+\times - (\ -\ )$$
$$=\ +$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0		0		
y							

$0<x<2$ のとき

y' が $+,-$ どちらか調べる。

$$y'=3x^2-6x$$
$$=3x(x-2)$$

$y=x^3-3x^2+1 \ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0		0		
y							

$0 < x < 2$ のとき

y' が $+, -$ どちらか調べる。

例えば $x=1$ を

y' に代入すると

$$y' = 3x^2 - 6x$$
$$= 3x(x-2)$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0		
y							

$$y'=3x^2-6x$$
$$=3x(x-2)$$

$0<x<2$ のとき

y' が $+,-$ どちらか調べる。

例えば $x=1$ を

y' に代入すると

$$y'=3\times 1\ (1-2)$$
$$=+\times+(\ -\ )$$
$$=\ -$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0		
y							

$2<x$ のとき

y' が $+, -$ どちらか調べる。

$$y'=3x^2-6x$$

$$=3x(x-2)$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0		
y							

$2<x$ のとき

y' が $+, -$ どちらか調べる。

例えば $x=3$ を

y' に代入すると

$$y' = 3x^2 - 6x$$
$$= 3x(x-2)$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

$$y'=3x^2-6x$$
$$=3x(x-2)$$

$2<x$ のとき

y' が $+,-$ どちらか調べる。

例えば $x=3$ を

y' に代入すると

$$y'=3\times 3\,(3-2)$$
$$=+\times+(\ +\ )$$
$$=\quad +$$

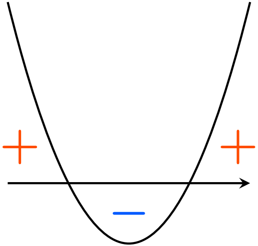
2 次関数のグラフが分かっていれば楽です

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

$y' = 3x^2 - 6x$ は

x^2の係数 > 0 だから

$$y' = 3x^2 - 6x$$
$$= 3x(x-2)$$



が楽です

$y=x^3-3x^2+1 \ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

y' が $+$ のときは y のグラフは右上がり $\nearrow$ で

y' が $-$ のときは y のグラフは右下がり $\searrow$ なので

$y=x^3-3x^2+1\ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

y' が $+$ のときは y のグラフは右上がり $\nearrow$ で

y' が $-$ のときは y のグラフは右下がり $\searrow$ なので

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

$x=0$ のときの y の値を求めると

$y=x^3-3x^2+1\ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	1	$\searrow$		$\nearrow$	

$x=0$ のときの y の値を求めると

$$y = 0^3 - 3 \times 0^2 + 1$$
$$= 1$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	1	$\searrow$		$\nearrow$	

$x=2$ のときの y の値を求めると

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	

$x=2$ のときの y の値を求めると

$$
\begin{aligned}
y &= 2^3-3\times 2^2+1\\
&= 8-12+1\\
&= -3
\end{aligned}
$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	

$x=-2$ のときの y の値を求めると

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-19	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	

$x=-2$ のときの y の値を求めると

$$
\begin{aligned}
y &= (-2)^3-3\times(-2)^2+1 \\
&= -8 - 12 + 1 \\
&= -19
\end{aligned}
$$

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-19	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	

$x=3$ のときの y の値を求めると

$y=x^3-3x^2+1\ (-2\leqq x\leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-19	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

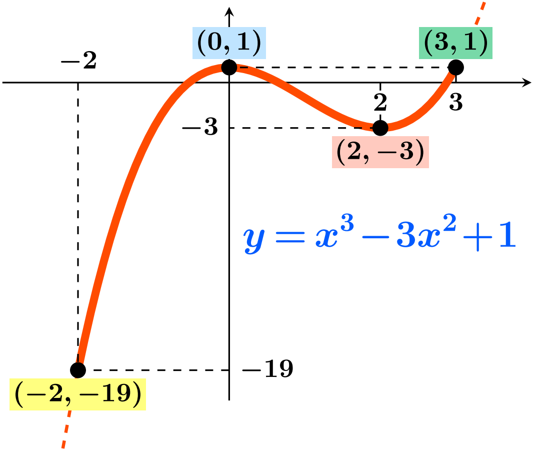
$x=3$ のときの y の値を求めると

$$y=3^3-3\times 3^2+1$$
$$=27-27+1$$
$$=1$$

$y = x^3 - 3x^2 + 1 \ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-19	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

最大・最小値は



$y=x^3-3x^2+1\ (-2 \leqq x \leqq 3)$ 最大最小値

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-19	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

$\boxed{答}$ $x=0,\ 3$ のとき最大値 1

$x=-2$ のとき最小値 -19

最大・最小値は